

B-0 Forças Elétrica e Magnética

Neste subtema recordam-se os efeitos do campo elétrico sobre cargas e estuda-se o efeito do campo magnético em correntes elétricas ou em cargas em movimento. Daí parte-se para várias aplicações do dia a dia, em particular nas baseadas na força magnética.

1 Ação de campos magnéticos sobre cargas em movimento

Considere-se uma partícula carregada com carga q , deslocando-se com velocidade \vec{v} , numa região do espaço onde existe um campo magnético \vec{B} . Essa partícula fica sujeita a uma **força magnética**, \vec{F}_m , que pode ser expressa por

$$\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B}$$

A expressão anterior inclui um produto externo ou produto vetorial. Trata-se de uma operação matemática, entre vetores, cujo resultado é um vetor. Neste caso o vetor resultante é a **força magnética** e tem as **seguintes características**:

- **Direção**: Perpendicular ao plano definido pelos vetores \vec{v} e \vec{B} ;
- **Sentido**: Dado pela regra do saca-rolhas ou da mão direita. A regra do saca-rolhas diz que fazendo rodar o primeiro vetor sobre o segundo, neste caso \vec{v} sobre \vec{B} , o sentido da resultante é dado pelo sentido da progressão do saca-rolhas. A regra da mão direita, que pode ser usada em alternativa à do saca-rolhas, diz que quando o dedo indicador coincide com o sentido de \vec{v} e o dedo médio coincide com o sentido de \vec{B} , o dedo polegar indica o sentido de \vec{F}_m ;
- **Intensidade**: $F_m = q v B \sin \alpha$, em que α é o ângulo formado pelos vetores \vec{v} e \vec{B} , v e B são os módulos da velocidade e do campo magnético respetivamente.

A força magnética depende da quantidade de carga, q , da amplitude e orientação dos vetores envolvidos, velocidade, \vec{v} , e campo magnético, \vec{B} .

Resumidamente, comparam-se as características de várias forças.

	Força magnética (\vec{F}_m)	Força elétrica (\vec{F}_e)	Força gravítica (\vec{F}_g)
Direção	Perpendicular à velocidade e ao campo magnético	Do campo elétrico	Do campo gravítico
Intensidade	$F_m = q v B \sin \alpha$	$F_e = q E$	$F_g = m g$

Tabela 3 – Características das forças magnética, elétrica e gravítica.

A saber:

Uma carga em movimento numa região onde existe um campo magnético fica sujeita a uma força magnética.

A saber:

A força magnética é perpendicular ao plano formado pelos vetores velocidade e campo magnético.

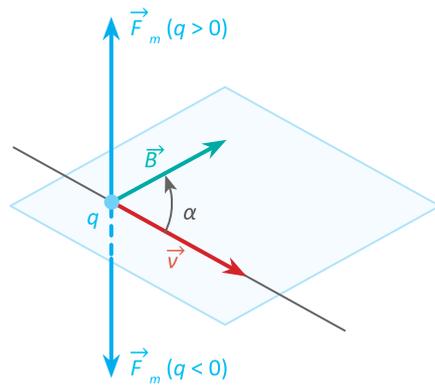


Figura 78 – Determinação da força magnética, a partir dos vetores \vec{v} e \vec{B} . Fazendo rodar o vetor \vec{v} sobre o vetor \vec{B} , um saca-rolhas progride para cima. Se a carga fosse negativa o sentido é contrário.

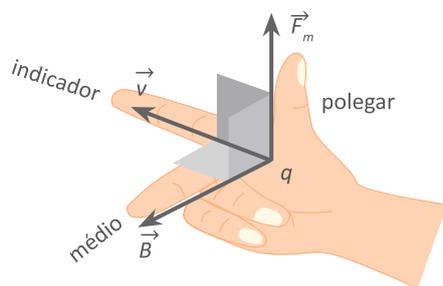


Figura 79 – Regra da mão direita para a determinação do sentido de \vec{F}_m . Sendo \vec{v} coincidente com o indicador e \vec{B} com o médio, o sentido da força magnética é para cima, dado pela indicação do polegar da mão direita.



Figura 80 – Notação para indicação do sentido de vetores perpendiculares ao plano do papel.

Nota:

Para indicar o sentido de um vetor perpendicular ao plano do papel, usa-se a convenção ilustrada na figura 80.

A **força magnética** que atua sobre uma partícula com carga q :

- **é nula**, quando a partícula se encontra em repouso, ou quando os vetores velocidade e campo magnético têm a mesma direção;
- **é máxima**, quando a partícula se move numa direção perpendicular ao vetor campo magnético.

Diferenças importantes entre as forças elétrica e magnética:

1. A **força elétrica** é paralela à direção do campo elétrico, a **força magnética** é perpendicular à direção do campo magnético;
2. A **força elétrica** atua sempre sobre uma carga, independentemente da sua velocidade, a **força magnética** só atua sobre uma carga se esta estiver em movimento.

Questão resolvida

1. Represente os vetores velocidade, campo magnético e força magnética que se exerce sobre uma partícula carregada, em movimento, nas várias situações apresentadas.

A. O campo magnético é perpendicular ao plano do papel, apontando para trás desse plano. A velocidade é positiva no eixo yy . A carga da partícula é positiva.

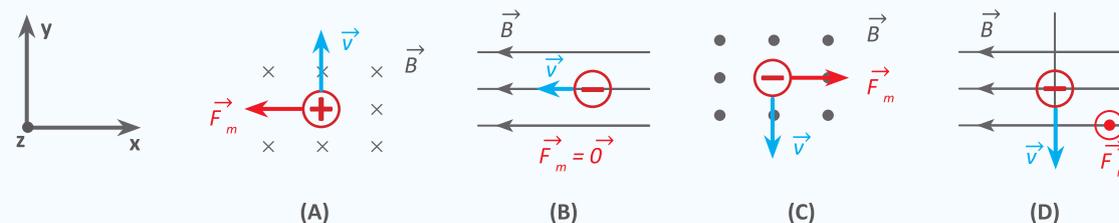
B. A velocidade e o campo têm sentido negativo no eixo xx . A carga é negativa

C. A força magnética encontra-se no plano do papel no sentido positivo do eixo xx , e é aplicada sobre uma partícula com carga negativa. O campo magnético \vec{B} é perpendicular ao plano do papel apontando no sentido positivo do eixo zz .

D. A força magnética é perpendicular ao plano do papel, no sentido positivo do eixo zz . A velocidade da partícula é no sentido negativo do eixo yy . A carga da partícula é negativa.

Resolução:

1.



Que trajetória terá uma partícula carregada com carga q , e massa m , quando lançada numa região onde existe um campo magnético uniforme, \vec{B} ?

Como foi referido, a força magnética, \vec{F}_m , que atua sobre uma partícula com carga elétrica q , lançada numa região onde existe um campo magnético uniforme tem sempre direção perpendicular a \vec{v} e \vec{B} . Para a força resultante a atuar sobre a partícula ser apenas a força magnética, supõe-se que a massa da partícula é tão pequena que o seu peso é desprezável. Assim, pode-se considerar três situações:

1 – Partícula lançada num campo magnético uniforme com a mesma direção do campo.

Neste caso, os vetores velocidade e campo magnético têm a mesma direção, e portanto o produto vetorial $\vec{v} \times \vec{B} = \vec{0}$. Logo $\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B} = \vec{0}$. Pela Primeira Lei de Newton, a partícula move-se com movimento retilíneo uniforme, pois a sua aceleração é nula.

2 – Partícula lançada num campo magnético uniforme com direção perpendicular ao campo.

Neste caso, os vetores velocidade e campo magnético são perpendiculares. A força magnética que atua sobre a partícula é máxima, e tem uma intensidade igual a

$$F_m = q v B$$

Como a força magnética tem sempre direção perpendicular a \vec{v} , ela vai alterar apenas a direção da velocidade, não alterando o seu valor. Assim, a força magnética é **radial**, **centrípeta** e de **intensidade constante**, o que leva a que a trajetória da partícula seja circular, no plano definido pelos vetores \vec{F}_m e \vec{v} , como se mostra na figura.

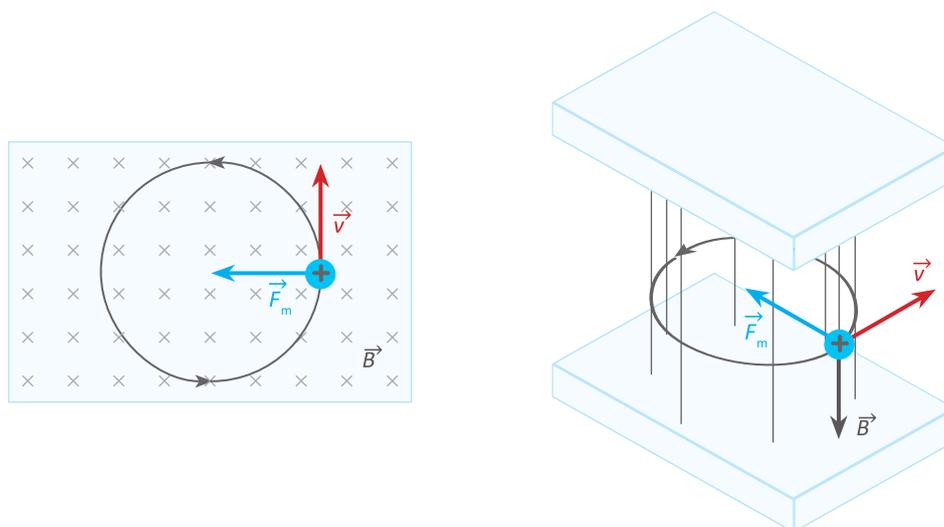


Figura 81 – A partícula adquire um movimento circular uniforme.

O raio da trajetória pode ser obtido aplicando a Segunda Lei de Newton, $\vec{F}_r = \vec{F}_m$,

$$m \frac{v^2}{R} = |q| B v \Leftrightarrow R = \frac{m v}{|q| B}$$

O raio da trajetória é diretamente proporcional ao momento linear da partícula, $p = mv$, e inversamente proporcional à intensidade do campo magnético, B .

A velocidade angular do movimento é $\omega = \frac{v}{R} = \frac{q}{m} B$ e a sua frequência $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{q}{2\pi m} B$.

Cargas com sinais diferentes sofrem trajetórias opostas, devido ao sentido da força magnética, como se ilustra na figura 82.

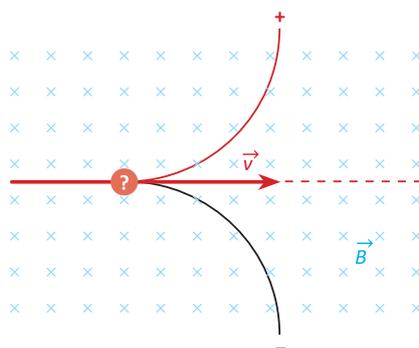


Figura 82 – Trajetórias de partículas com cargas opostas.

3 – Partícula lançada num campo magnético uniforme numa direção que não coincide com a do campo magnético nem lhe é perpendicular.

Neste caso, a partícula com carga q é lançada num campo magnético uniforme, \vec{B} , obliquamente às linhas de campo. A velocidade pode ser decomposta em duas componentes, $\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$.

De acordo com a figura 83:

- componente paralela às linhas de campo magnético, \vec{v}_y ;
- componente perpendicular às linhas de campo magnético, \vec{v}_x .

Assim,

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y \Rightarrow \vec{F}_m = q (\vec{v}_x + \vec{v}_y) \times \vec{B}$$

$$\vec{F}_m = q \vec{v}_x \times \vec{B} + q \vec{v}_y \times \vec{B}$$

Como \vec{v}_y e \vec{B} têm a mesma direção, $q \vec{v}_y \times \vec{B} = \vec{0}$. Nesta direção, a força magnética é nula, e portanto a aceleração é também nula.

Tem-se então, $\vec{F}_m = q \vec{v}_x \times \vec{B}$. Esta componente da velocidade provoca uma força que é perpendicular a \vec{v}_x e \vec{B} .

Assim, o movimento desta partícula é uma composição de dois movimentos:

- movimento retilíneo uniforme na direção de \vec{v}_y e \vec{B} ;
- movimento circular uniforme no plano definido por \vec{v}_x e \vec{F}_m .

A sobreposição de um movimento retilíneo e uniforme na direção de \vec{B} e de um movimento circular uniforme no plano perpendicular a \vec{B} origina um movimento cuja trajetória é helicoidal, como se mostra na figura 83.

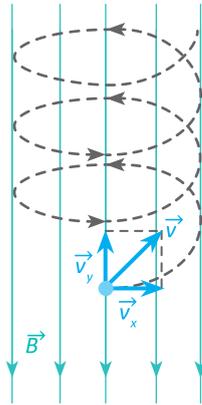


Figura 83 – Partícula lançada obliquamente ao campo magnético.

2 Ação simultânea de campos elétrico e magnético sobre cargas em movimento

Quando atuam simultaneamente um campo elétrico, \vec{E} , e um campo magnético, \vec{B} , sobre uma partícula carregada, esta fica sujeita a uma força resultante que é igual à soma vetorial das forças elétrica, \vec{F}_e , e magnética, \vec{F}_m .

$$\vec{F}_{em} = q \vec{E} + q \vec{v} \times \vec{B}$$

Na figura 84 é mostrado o efeito simultâneo dos dois campos sobre uma partícula carregada. A força elétrica acelera a carga segundo o eixo yy. O campo magnético provoca um movimento circular. A composição dos dois movimentos resulta num movimento espiralado.

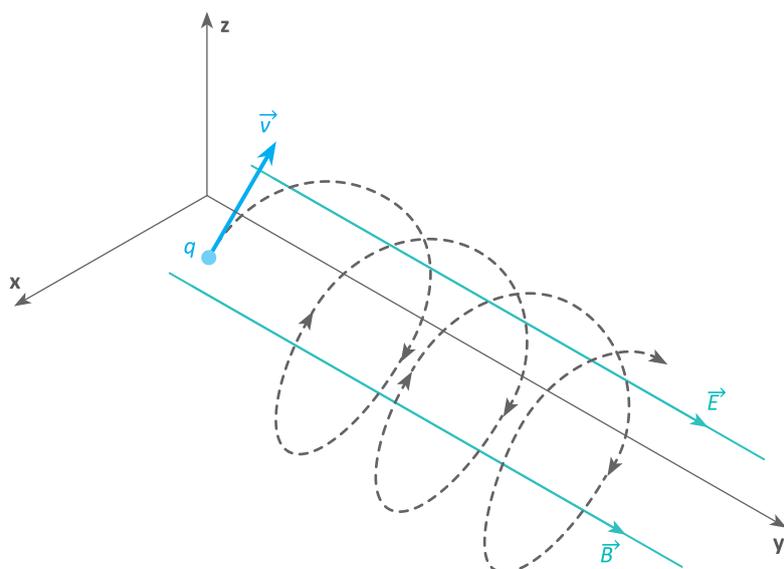


Figura 84 – Trajetória em espiral de partícula, sob ação de forças elétrica e magnética.

Como medir campos magnéticos?

Uma carga que entra num campo magnético fica sujeita a uma força magnética. Na figura seguinte, e de acordo com a regra do saca-rolhas ou da mão direita, uma carga positiva sofre uma força vertical, dirigida para cima e uma carga negativa uma força vertical dirigida para baixo. Esta força leva a que as cargas positivas se acumulem na parte superior e as negativas na parte inferior, originando uma diferença de potencial elétrico, V_H , entre estas superfícies. Surge assim um campo elétrico E_H .

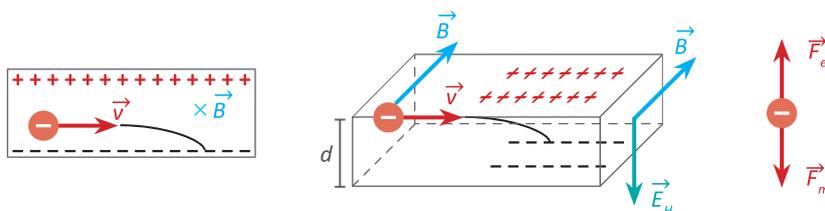


Figura 85 – Princípio de funcionamento da sonda de Hall.

Na situação de equilíbrio, $F_e = F_m$ e então

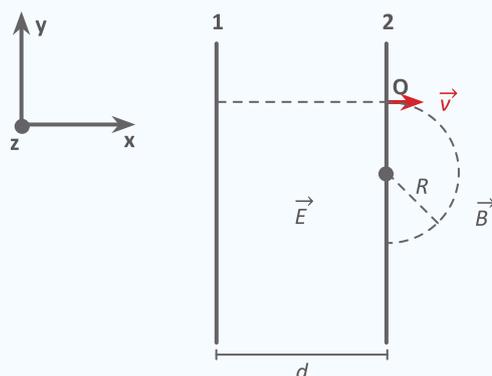
$$q v B = q E_H \Leftrightarrow E_H = v B, \text{ logo } \frac{V_H}{d} = v B \Leftrightarrow V_H = v d B$$

o que permite usar este efeito, por exemplo, para medir campos magnéticos. A diferença de potencial V_H , que se pode medir com um voltímetro, é proporcional ao campo magnético B .

Os dispositivos que usam este princípio para medir o campo magnético chamam-se [sondas de Hall](#).

Questões resolvidas

1. Pretende-se analisar uma amostra com carga negativa, um anião, com massa m . Coloca-se o anião em repouso, junto à placa 1, que fica sujeita a um campo elétrico uniforme \vec{E} . O campo elétrico acelera o anião, levando-o a passar através do orifício O para uma região onde existe um campo magnético uniforme \vec{B} , descrevendo a trajetória semicircular de raio R .



1.1. Indique as direções e sentidos dos campos elétrico e magnético.

1.2. Deduza a expressão que permite determinar a razão q/m .

Resolução:

1.1. Campo elétrico: É perpendicular às placas 1 e 2, com sentido de 2 para 1. A partícula negativa é acelerada no sentido de 1 para 2, isto é a força elétrica é de 1 para 2. Como a carga é negativa, o sentido do campo é contrário.

Campo magnético: É perpendicular ao plano da figura e para trás do plano. Para descrever a trajetória indicada, e usando a regra do saca-rolhas ou da mão direita, sem esquecer que a carga é negativa, só essa solução é possível.

1.2. Entre as placas 1 e 2, o campo elétrico é uniforme. O anião parte do repouso da placa 1. Pela Segunda

Lei de Newton, $F = ma$, $a_y = 0$, e $a_x = \frac{qE}{m}$

Antes do anião passar pelo orifício O, a equação do movimento é $x = \frac{1}{2} a_x t^2$, pelo que:

$$d = \frac{qE}{2m} t^2 \Leftrightarrow t^2 = \frac{2dm}{qE},$$

sendo t o tempo que o anião demora a atingir a placa 2, e d a distância entre as placas.

A velocidade com que o anião passa pelo orifício O é $v = at = \frac{qE}{m} t = \frac{qE}{m} \sqrt{\frac{2dm}{qE}}$.

Como $m \frac{v^2}{R} = |q|Bv \Leftrightarrow \frac{q}{m} = \frac{v}{RB}$ e substituindo v pelo valor da velocidade, obtém-se:

$$\frac{q}{m} = \frac{2dE}{B^2 R^2}.$$